Hannes Konrad
Martin Wolf
Johannes Iloff

— Einführung in die Astronomie I — 21.12.2007

Übung 8

1 Sonnen-Neutrinos

1.1 Teilaufgabe (i)

Die freie Weglänge für Neutrinos ist gegeben durch

$$l_\nu = \frac{1}{n\sigma_\nu}. \tag{1}$$

Hierbei ist $\sigma_\nu(\nu N) \cong 10^{-45}\mathrm{cm}^2$ der Wirkungsquerschnitt der Neutrinos mit Nukleonen N und n die Nukleonendichte der Sonne, die es zu bestimmen gilt, um die mittlere freie Weglänge ermitteln zu können. Die Sonne besitzt hauptsächlich Wasserstoff und Helium in den Anteilen $X = 73.5\%$ und $Y = 25\%$ an der Gesamtmasse $m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}$ der Sonne. Die Massen des Wasserstoffs und des Helium betragen also $m_H = 1.463 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}$ und $m_{He} = 4.975 \cdot 10^{29}\mathrm{kg}$. Die Anzahl der H- bzw. He-Atome berechnet sich mit den Massen $M_H = 1.008u = 1.6738 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$ für Wasserstoff bzw. $M_{He} = 4u = 6.6422 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$ für Helium eines einzelnen Atoms zu:

$$\begin{aligned} N_{H/He} &= \frac{m_{H/He}}{M_{H/He}} && (2)\\ N_H &= 8.7405 \cdot 10^{56} && (3)\\ N_{He} &= 2.2026 \cdot 10^{56} && (4) \end{aligned}$$

Die Anzahl der Nukleonen in der Sonne ist dementsprechend

$$N_N = 1 \cdot N_H + 4 \cdot N_{He} = 1.7551 \cdot 10^{57} \tag{5}$$

Die Anzahl der Nukleonen in der Sonne geteilt durch deren Volumen ($R_S = 696 \cdot 10^8\mathrm{cm}$) ergibt die Nukleonendichte n:

$$\begin{aligned} n &= \frac{1.7551 \cdot 10^{57}}{\frac{4}{3}\pi R_S^3} && (6)\\ &= 4.6051 \cdot 10^{23}\mathrm{cm}^{-3} && (7) \end{aligned}$$

Für die mittlere freie Weglänge folgt somit:

$$l_\nu = \frac{1}{n\sigma_\nu} = 2.1715 \cdot 10^{21}\mathrm{cm} = 3.12 \cdot 10^{10} R_S \approx 2295\mathrm{ly} \tag{8}$$

Die Neutrinos gelangen also ungehindert durch die Sonne hindurch.

1.2 Teilaufgabe (ii)

Nach einem Supernova-Kollaps bleibt meist ein Neutronenstern übrig, also ein Stern, der nur aus Neutronen besteht. Die Nukleonendichte im Stern berechnet sich mit der gegebenen Massendichte von $\rho = 10^{14}$g cm^{-3} und der Neutronenmasse $m_N = 1.6749286 \cdot 10^{-24}$g zu:

$$n = \frac{\rho}{m_N} = 5.9704\text{cm}^{-3} \tag{9}$$

Als Neutrinoenergie wird wieder 1 MeV angenommen. Somit ergibt sich folgende mittlere freie Weglänge:

$$l_\nu = \frac{1}{n\sigma_\nu} \approx 16749 \text{ km} \tag{10}$$

1.3 Teilaufgabe (iii)

Der ppI-Brennprozess (total) ist der folgende:

$$4\text{p} \rightarrow^4 \text{He} + 2\text{e}^+ + 2\nu_\text{e} \tag{11}$$

Die Massendifferenz beträgt mit $1\text{u} = 1.66054 \cdot 10^{-27}$kg:

$$4 \cdot 1.6726231 \cdot 10^{-27}\text{kg} - 1 \cdot 4\text{u} = 4.83324 \cdot 10^{-29}\text{kg} \tag{12}$$

Mit der Einstein'schen Masse-Energie-Äquivalenz $E = mc^2$ folgt für die erzeugte Energie pro gebildetem Heliumatom:

$$\begin{aligned} \Delta E &= 4.83324 \cdot 10^{-29}\text{kg} \cdot (299792458\text{m/s})^2 && (13) \\ &= 4.3439 \cdot 10^{-12}\text{J} && (14) \end{aligned}$$

Die Leuchtkraft der Sonne beträgt $L = 3.83 \cdot 10^{26}$J/s. Um diese Leuchtkraft zu erzeugen benötigt man $L/\Delta E = 8.81696 \cdot 10^{11}$ erzeugte Heliumkerne pro Sekunde. Bei jeder Heliumkernbildung entstehen 2 Neutrinos, sodass pro Sekunde

$$N_\nu = 2 \cdot 8.81696 \cdot 10^{11} = 1.7634 \cdot 10^{12} \tag{15}$$

Neutrinos in der Sonne erzeugt werden.