

1. Aufgabenstellung

- 1.1 Ermitteln Sie das Übertragungsverhältnis eines Transformators.
- 1.2 Bestimmen Sie die Leistungsverluste des Transformators durch den Leerlauf- bzw. durch den Kurzschlussversuch.
- 1.3 Messen Sie die Primär- und Sekundärleistung in Abhängigkeit von der Größe eines OHM'schen Lastwiderstandes und stellen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit vom Sekundärstrom und vom Lastwiderstand grafisch dar.
- 1.4 Stellen Sie die ferromagnetischen Verluste eines realen Transformators als Hysteresekurve dar.

2. Theoretische Grundlagen

Stichworte:

Durchflutungsgesetz, Induktionsgesetz, Selbstinduktion, magnetischer Fluss, idealer Transformator, unbelasteter und belasteter Transformator, Ferromagnetismus, Wirkungsgrad, Hysteresekurve

Literatur:

- | | |
|---------------------|---|
| J.Becker, H.-J.Jodl | Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Ingenieure, V 18
VDI-Verlag GmbH Düsseldorf 1991 |
| D. Geschke | Physikalisches Praktikum
Versuch E 2.3, 2.5
Teubner Verlag 1998 |
| D. Zastrow | Elektrotechnik
Kap. 13, 14, 26
Vieweg 1993 |

2.1 Grundsätzlicher Aufbau und Funktionsprinzip

Ein Transformator oder Wandler ist oft eine Anordnung von zwei, galvanisch getrennten, Wicklungen auf einem gemeinsamen Eisenkern. Er hat die Aufgabe elektrische Energie über ein magnetisches Wechselfeld aus einem System gegebener Spannung U_1 in ein System gewünschter Spannung U_2 unter Beibehaltung der Frequenz f zu übertragen. Mit den beiden folgenden Grundgesetzen lassen sich die prinzipiellen Vorgänge im Transformator erklären.

1. Das Durchflutungsgesetz

Das Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke (\vec{H}) ist gleich der Summe der vom Umlauf erfassten Ströme (I_v).

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \sum_{v=1}^n I_v \quad (1)$$

2. Das Induktionsgesetz

Jede zeitliche Änderung des magnetischen Flusses (Φ) induziert eine elektrische Spannung (U_{ind}).

$$U_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

N ist die Windungszahl der stromdurchflossenen Spule.

2.2 Der ideale Transformator

Fließt durch die Primärspule ein Wechselstrom, so wird ein magnetisches Feld H erzeugt, das einen magnetischen Fluss Φ in der Primärspule verursacht. Durch den Eisenkern wird dieser magnetischer Fluss in die Sekundärspule übertragen, wo eine Spannung U_2 induziert wird. Aus dem Induktionsgesetz Gl.(2) läßt sich für den idealen Transformator, d.h. Φ ist für beide Spulen gleich groß, das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} herleiten:

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = - \frac{N_1}{N_2} \quad (3)$$

Dies bedeutet eine Spannungstransformation im Verhältnis der beiden Windungszahlen (Übersetzungsverhältnis \ddot{u}). Das negative Vorzeichen drückt aus, dass bei gleichem Windungssinn der Spulen Primärstrom und Sekundärstrom gegenphasig sind.

Für den idealen Transformator sollen die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

1. Die Leitfähigkeit des Eisenkerns soll für den magnetischen Fluss ideal, d.h. sehr groß, für Wirbelströme aber Null sein. Dadurch treten keine *Eisenverluste* (Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverluste) auf.
2. Die Wicklungsdrähte der Spulen sollen ideal stromleitfähig, d.h. widerstandslos sein. Es treten keine *Kupferverluste* auf.
3. Die Flusskopplung zwischen Primär- und Sekundärspule soll ideal sein, es existieren keine Streuflüsse oder Streuverluste.

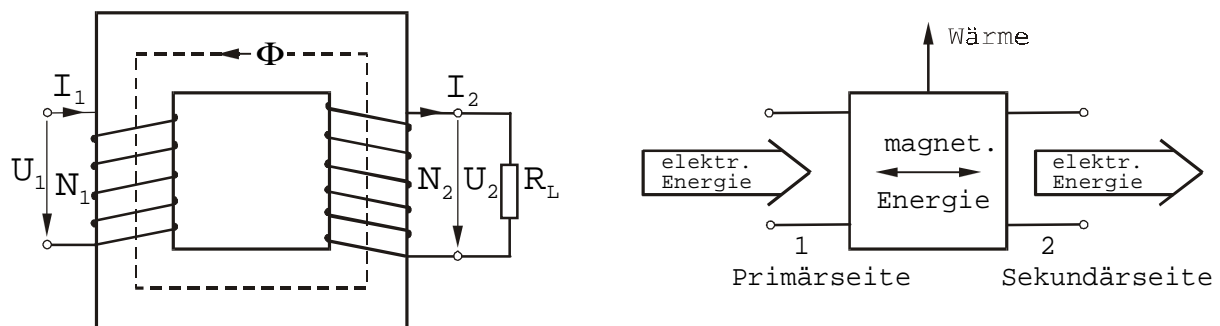


Abb. 1: Der Transformator

2.2.1 Der ideale belastete Transformator

Wird an die Primärspule im Leerlauf (Index L) d.h. $R_L = \infty$, eine harmonische Wechselspannung $\underline{U}_1 = \hat{U} \cdot e^{j\omega t + \varphi}$ angelegt, so ist auch der Strom $\underline{I} = \hat{I} \cdot e^{j\omega t}$ harmonisch. Hat die Primärspule eine Induktivität L_1 so ergibt sich in komplexer Schreibweise folgender Zusammenhang

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 \quad (4)$$

Gleichzeitig wird durch diesen Strom I_1 eine Spannung U_{ind} induziert, die in jedem Moment der angelegten Spannung U_1 entgegengesetzt gleich groß sein muß

$$\underline{U}_1 = - \underline{U}_{ind} \quad . \quad (5)$$

Mit Gl.(1) und (2) folgt daraus

$$\underline{U}_1 = \mu_0 N_1^2 \frac{A}{\ell} \cdot \frac{d\underline{I}_1}{dt} \quad (6)$$

Wird an die Sekundärspule ein OHM'scher Widerstand R angeschlossen, so fließt ein Strom I_2 , d.h. der Transformator wird belastet (Index L), der selbst ein Magnetfeld H_2 aufbaut. Dieses Sekundärfeld würde den Induktionsfluss verändern, der jedoch durch die Spannung U_1 festgelegt ist und auf Grund der Energieerhaltung konstant bleiben muß. Es muß daher in der Primärspule ein zusätzlicher Strom $I_{1,B}$ fließen, der dort wiederum ein Magnetfeld $H_{1,B}$ erzeugt. Beide Zusatzfelder müssen sich aufheben, es gilt $H_{1,B} + H_2 = 0$. Mit Gl.(1) folgt für die Beträge der Ströme

$$\frac{I_{1,B}}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\underline{u}} \quad (7)$$

d.h. die Ströme $I_{1,B}$ und I_2 sind entgegen gerichtet. Für den gesamten Primärstrom folgt damit

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1,L} + \underline{I}_{1,B} \quad (8)$$

Mit Gl.(7) kann Gl.(8) umgeschrieben werden

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1,L} - \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 \quad (9)$$

Wird ein komplexer Lastwiderstand \underline{Z} im Sekundärkreis angenommen, kann Gl.(9) unter Benutzung von Gl.(3) und (4) wie folgt umgeschrieben werden

$$\underline{I}_1 = \left(\frac{1}{j\omega L_1} + \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \cdot \frac{1}{\underline{Z}} \right) \cdot \underline{U}_1 \quad (10)$$

2.3 Der reale Transformator

Die tatsächlich realisierbaren Transformatoren weichen von dem bisher betrachteten ab. Wir lassen jetzt Schritt für Schritt die Voraussetzungen für den idealen Transformator fallen.

1. Kernverluste (Eisenverluste)

Es treten sogenannte Eisenverluste auf. Sie sind Folge der magnetischen Hysterese (Ummagnetisierungsverluste) sowie der im Fe-Kern entstehenden Wirbelströme (Wirbelstromverluste) und führen zu einer Wärmeentwicklung im Eisen. Diese Eisenverluste lassen sich durch die Aufnahme der Leerlaufcharakterisierung des Transformators ermitteln, da die aufgebrachte Leerlaufleistung fast ausschließlich zur Deckung dieser Verluste dient.

Der Flächeninhalt der Hystereseschleife, d.h. die Verlustwärme bei einer Ummagnetisierung ist abhängig von der Art des verwendeten Eisens und der Höhe der magnetischen Induktion. Die Verlustleistung ist außerdem der Anzahl der Ummagnetisierung pro Sekunde, d.h. der Frequenz f des Magnetisierungsstromes, proportional. Mit $B \sim I_1$ ergibt sich folgende Proportionalität für die Hystereseverluste

$$P_{Fe-H} \sim f I_1^2 \quad . \quad (11)$$

Da das Eisen metallisch leitend ist, führen die Flussänderungen zur Ausbildung von Wirbelströmen im Eisenkern. Sie wirken der Magnetisierung entgegen und erfordern daher einen zusätzliche Magnetisierungsstrom. Sie erzeugen ferner im Eisen OHM'sche Verluste, die Wirbelstromverluste. Sie sind ebenfalls dem Quadrat des Primärstromes proportional

$$P_{Fe-W} \sim f^2 \cdot I_1^2 \quad . \quad (12)$$

2. Wicklungsverluste (Kupferverluste)

Die Kupferverluste zerfallen wie die Eisenverluste in zwei Anteile, die eigentlichen Leitungsverluste und die ebenfalls in den Kupferdrähten auftretenden Wirbelstromverluste. Erstere sind die OHM'schen Verluste, die einen Gleichstrom von der Größe des Effektivwertes des Wechselstromes hervorrufen würde, letztere sind

abhängig von der Gestalt der Spulen und der Drahtform sowie der Frequenz des Erregerstromes. Durch Aufnahme der Kurzschlusscharakteristik kann die Summe beider Kupferverluste ermittelt werden.

Aus der im Kurzschlussfall aufgenommenen Wirkleistung P_{Cu} des Transformators

$$P_{Cu} = I^2 \cdot R_{Cu} \quad (13)$$

kann ein Widerstand R_{Cu} ermittelt werden, der den äquivalenten OHM'schen Widerstand des Transformators für die gesamten Kupferverluste darstellt, d.h. der die OHM'schen Teilwiderstände beider Spulen R_1 und R_2 als auch entsprechende Komponenten R_1' und R_2' für die Wirbelstromverluste enthält.

Da die Kupferverluste für die OHM'schen Widerstände durch

$$P_{Cu-0} = I_1^2 \cdot \left(R_1 + R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2} \right) \quad (14)$$

wiedergegeben werden, ist

$$R_{Cu} > \left(R_1 + R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2} \right) . \quad (15)$$

Wird ein Faktor K eingeführt

$$R_{Cu} = K \left(R_1 + R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2} \right) \quad (16)$$

so wird durch diesen ausgedrückt, um wie viel die Gesamtverluste größer sind als die äquivalenten Gleichstromverluste.

3. Streuverluste

Die Primär und auch die Sekundärspule führen Flussanteile Φ die nicht durch die anderen Spule verlaufen (betrifft Manteltransformatoren nicht). Diese Verluste sollen hier nicht weiter betrachtet werden.

Die Summe aller Verluste spiegelt sich in der Größe des Wirkungsgrades $\eta = \frac{P_2}{P_1}$

des Transformators wider, d.h. durch das Verhältnis der im Sekundärkreis entnom-

menen Wirkleistung (P_2) und der im Primärkreis eingespeisten Wirkleistung (P_1). Der Wirkungsgrad η eines Transformators ist keine Konstante, er ist von der Belastung im Sekundärkreis (I_2) abhängig. In Abb. 2 ist der prinzipielle Verlauf des Wirkungsgrades in Abhängigkeit vom Sekundärstrom I_2 dargestellt.

Bei einem für jeden Transformator charakteristischen Stromwert (I_{\max}) ist der Wirkungsgrad maximal (für technische Anwendungen liegt η bei etwa 98%). Sowohl für kleine Ströme (Leerlauf, d.h. $I_2=0$) als auch für sehr große Ströme (Kurzschluss, d.h. $U_2=0$) geht der Wirkungsgrad des Transformators gegen Null.

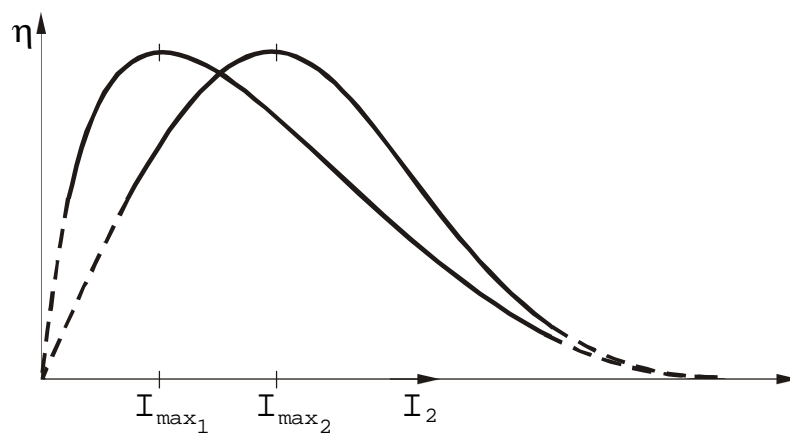


Abb. 2: Einfluß des Sekundärstromes des Transformators auf den Wirkungsgrad für unterschiedliche Sekundärwindungszahlen

2.4 Hysteresekurve

Bei paramagnetischen und diamagnetischen Stoffen ist die Permeabilitätszahl μ_r eine Materialkonstante und für die magnetische Induktion gilt

$$B = \mu_r \mu_o H \quad . \quad (17)$$

Bei ferromagnetischen Stoffen hingegen wird die magnetische Induktion B wesentlich durch die Ausrichtung von Elementarmagneten (WEISS'sche Bezirke) bestimmt. In diesem Fall ist sie nicht nur von der Feldstärke H sondern auch von der „Vorgeschichte“ des Materials abhängig, μ_r ist also hier keine Materialkonstante. Wird der Zusammenhang zwischen Induktion B und Feldstärke H grafisch dargestellt,

entsteht ein geschlossener Kurvenzug (Hysteresiskurve). Beim Erhöhen der Feldstärke hat die Induktion andere Werte als beim Verkleinern der Feldstärke (Abb.3).

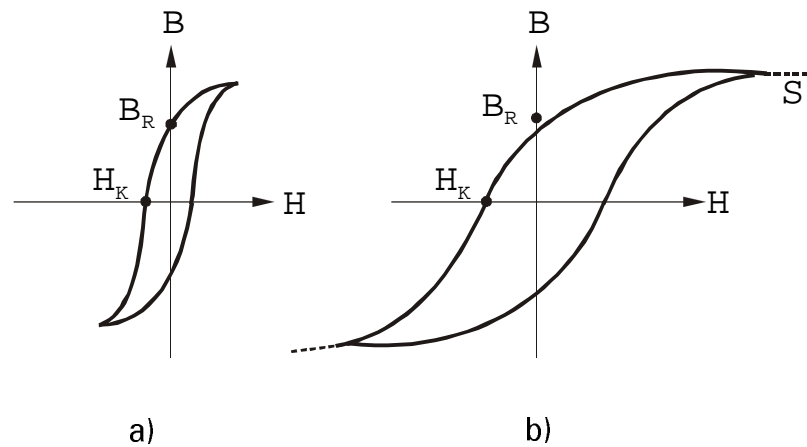


Abb. 3: Hysteresekurve für einen magnetischen weichen (a) und einen magnetisch harten Werkstoff (b)

In Abb. 3a ist zum Entmagnetisieren nur eine betragsmäßig geringe Gegenfeldstärke H_K (Koerzitivfeldstärke) erforderlich, man bezeichnet diesen Werkstoff als „magnetisch weich“. Bei großem Betrag der Koerzitivfeldstärke Abb. 3b spricht man von einem „magnetisch harten“ Werkstoff. Bei $H=0$ bleibt eine magnetische Induktion B_R (Remanenz) erhalten, die erst durch ein entgegengesetztes Feld H_K aufgehoben werden kann.

Für genügend hohe Feldstärken nähert sich die magnetische Induktion einer Sättigung (S).

3. Versuchsdurchführung

Für den Versuch wird ein Demonstrationsgerät, bestehend aus 2 Spulen und einem U-Kern mit Joch verwendet. Die Primärspannung wird aus einem regelbaren Stromversorgungsgerät entnommen.

Bauen Sie für die Messungen folgende Schaltung auf:

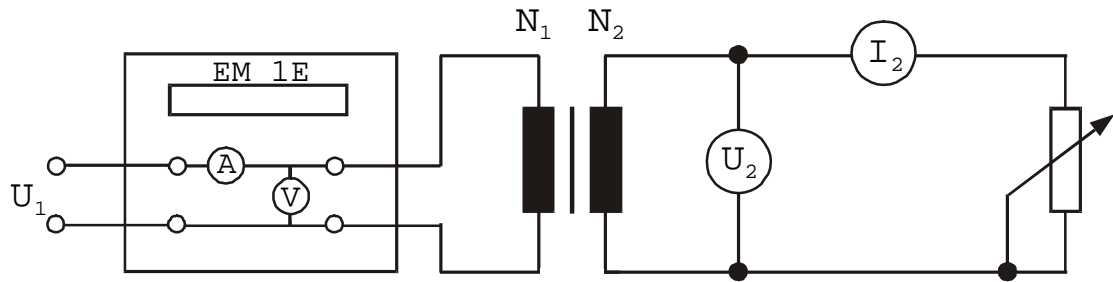


Abb. 5: Messschaltung

Für die Messung der primärseitigen Größen wird das Leistungsmessgerät EME genutzt. Es bietet die Möglichkeit der gleichzeitigen Anzeige von bis zu 8 Messgrößen, die frei wählbar sind. Programmieren Sie das Leistungsmessgerät so, dass eine gleichzeitige Anzeige der Eingangsspannung (U_1), des Primärstromes (I_1), der Phasenverschiebung (δ) bzw. ($\cos\delta$), der Scheinleistung (VA), sowie der Wirkleistung (W) erfolgt.

3.1 Leerlaufcharakteristik ($R=\infty$)

Für 2 Windungszahlen N_2 soll die Eingangsspannung U_1 in Schritten von 5V erhöht werden und die zugehörigen Eingangsgrößen Strom, Wirk-, Scheinleistung und Phasenverschiebung ($\cos\delta, \delta$) sowie die Ausgangsspannung U_2 gemessen werden. Stellen Sie $U_2 = f(U_1)$ grafisch dar und ermitteln Sie das jeweilige Übertragungsverhältnis.

Stellen Sie die Wirk- und die Scheinleistung in Abhängigkeit vom Quadrat des Primärstromes (I_1) grafisch dar und diskutieren Sie diese Kurvenverläufe hinsichtlich der Eisenverluste Gl.(11).

3.2 Kurzschlusscharakteristik ($R=0$)

Führen Sie die Messungen analog 3.1 durch. Stellen Sie ebenfalls die Wirk- und Scheinleistung in Abhängigkeit vom Quadrat des Primärstromes (I_1) grafisch dar und diskutieren Sie diese Kurvenverläufe hinsichtlich der Kupferverluste Gl.(13). Ermitteln Sie wie groß der Anteil der äquivalenten Gleichstromverluste dabei ist.

3.3 Wirkungsgrad in Abhängigkeit vom Lastwiderstand (OHMscher)

Bei konstanter Primärspannung soll für die gleichen Sekundärwindungszahlen die Primär- und Sekundärleistung in Abhängigkeit von der Größe des Lastwiderstandes aufgenommen werden.

Stellen Sie den Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von I_2 grafisch dar und ermitteln Sie den Strom, bei dem der Wirkungsgrad maximal wird. Stellen Sie weiterhin die Sekundärleistung in Abhängigkeit von Lastwiderstand grafisch dar, wobei die Widerstandswerte aus den zugehörigen Strom-Spannungswerten berechnet werden. Diskutieren Sie die erhaltenen Verläufe hinsichtlich einer Widerstandsanpassung.

3.4 Aufnahme der Hystereseurve

Zur Aufnahme der Hystereseurve ist die folgende Schaltung aufzubauen, wobei die Messwerterfassung, Kurvendarstellung und Auswertung mit dem PC-Messwerterfassungssystem Cassy erfolgt.

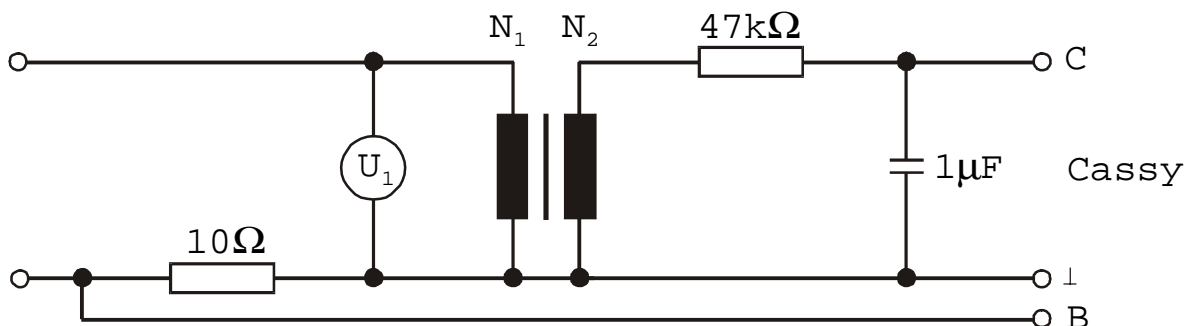


Abb. 6: Schaltung zur Aufnahme der Hystereseurve

An den Eingang B des Messwerterfassungssystems Cassy wird die zu I_1 , d.h. die zu H proportionale Spannung angelegt. Entsprechend Gl.(1) folgt für die magnetische Feldstärke H

$$H = \frac{N_1 I}{\ell} = \frac{N_1}{\ell R_1} U_1 = K_1 \cdot U_1 \quad [H] = 1A/m = 1,256 \cdot 10^{-2} Oe$$

N_1	Windungszahl der Primärspule
I	Strom durch die Primärspule
ℓ	Länge der Spule
R_1	Widerstand im Messkreis
U_1	Messspannung über R_1

An den Eingang C wird eine zu B proportionales Spannungssignal angelegt, welches durch Integration über ein RC-Glied gewonnen wird.

Ausgehend von Gl.(2) folgt:

$$U_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NA \frac{dB}{dt}$$

$$\int U_{ind} dt = -NAB$$

$$B = \frac{\int U_{ind} dt}{N_2 A} \quad \int U_{ind} dt = RCU_2$$

$$B = \frac{RC}{N_2 A} U_2 = K_2 \cdot U_2 \quad [B] = 1 \text{ Vs/m}^2 = 1 \text{ T}$$

R	Widerstand im Sekundärkreis
C	Kapazität im Sekundärkreis
N_2	Windungszahl der Sekundärspule
A	Querschnitt der Spule
U_2	Spannungsabfall über Kondensator

Berechnen Sie die erforderlichen Proportionalitätskonstanten K_1 und K_2 für die gegebenen Versuchbedingungen.

Nehmen Sie die Hysteresekurve für 4 verschiedene Primärspannungen (gehärteter Fe-Kern) auf und ermitteln Sie durch Integration deren Flächeninhalte. Berechnen Sie weiterhin die mittlere Leistung, die bei der periodischen Ummagnetisierung im Eisen als Wärme verloren geht.

Es gilt

$$P_{\text{magn}} = f V \oint B (H) dH \quad \left[P_{\text{magn}} \right] = W$$

V - Volumen des Eisenkerns

f - Frequenz des Wechselstromes

Stellen Sie diese Leistung in Abhängigkeit von der Primärspannung dar und diskutieren Sie den erhaltenen Verlauf. Nehmen Sie zum Vergleich eine Hystereseurve für einen massiven Fe-Kern auf. Diskutieren Sie die Unterschiede.

4. Kontrollfragen

- 4.1 Erläutern Sie das Induktionsgesetz! Was ist unter gegenseitiger Induktion und unter Selbstinduktion zu verstehen?
- 4.2 Wo werden in der Elektrotechnik Transformatoren eingesetzt?
- 4.3 Beschreiben Sie den idealen Transformator.
- 4.4 Wandeln Sie die Gl.(10) für die verschiedenen (OHM'sche ($R_a=R$; $R_a \rightarrow \infty$), kapazitive und induktiver) Belastungsfälle um.
- 4.5 Was wird durch die Hystereseurve beschrieben?
- 4.6 Wie misst man Strom, Spannung und die Phasenverschiebung mit einem Oszilloskop?