M 7 Innere Reibung von Flüssigkeiten

1. Aufgabenstellung

1.1 Bestimmen Sie die dynamische Viskosität von Glyzerin bei Zimmertemperatur nach der Kugelfallmethode.

1.2 Überprüfen Sie, ob für die verwendeten Kugeln die Bedingung Re < 1 erfüllt ist.

1.3 Führen Sie eine Größtfehlerberechnung durch.

1.4 Messen Sie die dynamische Viskosität einer gegebenen Flüssigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur mit einem HÖPPLER-Viskosimeter.
Stellen Sie die erhaltene Temperaturabhängigkeit grafisch dar und berechnen Sie aus der Darstellung die Konstanten $\mathbb{A}$ und $\mathbb{B}$ in dem Exponentialansatz. Tragen Sie in diese Darstellung ebenfalls die Fehlerbalken ein (Fehlerrechnung).

2. Theoretische Grundlagen

Stichworte:
Ideale und reale Flüssigkeiten, BERNOULLI-Gleichung, Strömungsarten, NEWTON'sches Reibungsgesetz, dynamische Viskosität, Gesetz von HAGEN und POISEUILLE, STOKES'sches Reibungsgesetz, Auftrieb, REYNOLDS'sche Zahl

Literatur:

W. Ilberg, M. Krötzsch	Physikalisches Praktikum, 11. Auflage, Mechanik Kap. 6, Teubner 1998
W. Walcher	Praktikum der Physik, Kap. 2.6., Teubner 1989
W. Demtröder	Experimentalphysik I,

	Mechanik und Wärme, Kap. 8, Springer-Verlag 1994
Gerthsen, Kneser, Vogel	Physik, Kap. 3.3, Springer-Verlag 1993
E. Schmutzer	Grundlagen der Theoretischen Physik, Teil I, Kap. 2.6.12, Wissenschaftsverlag 1989

2.1 NEWTON'scher Reibungsansatz

Flüssigkeiten, in denen die innere Reibung vernachlässigt werden kann, bezeichnet man als ideale Flüssigkeiten. In solchen Flüssigkeiten gilt daher der Energieerhaltungssatz, der hier die Form der BERNOULLI-Gleichung (1) annimmt. Für verschiedene Zustände i $(i = 1, 2, \ldots)$ einer stationären Strömung lautet sie:

$$p_{oi} + \rho g h_i + \frac{\rho}{2} v_i^2 = const. \qquad (1)$$

wobei p_{0i} der statische Druck

$\rho g h_i$ der Schweredruck (bei Strömung durch ein schräges Rohr)

$\frac{\rho}{2} v_i^2$ der Staudruck

im Zustand i sind und

ρ die Flüssigkeitsdichte, v die Geschwindigkeit,

g die Fallbeschleunigung und h die Höhe über dem Bezugsniveau

darstellen.

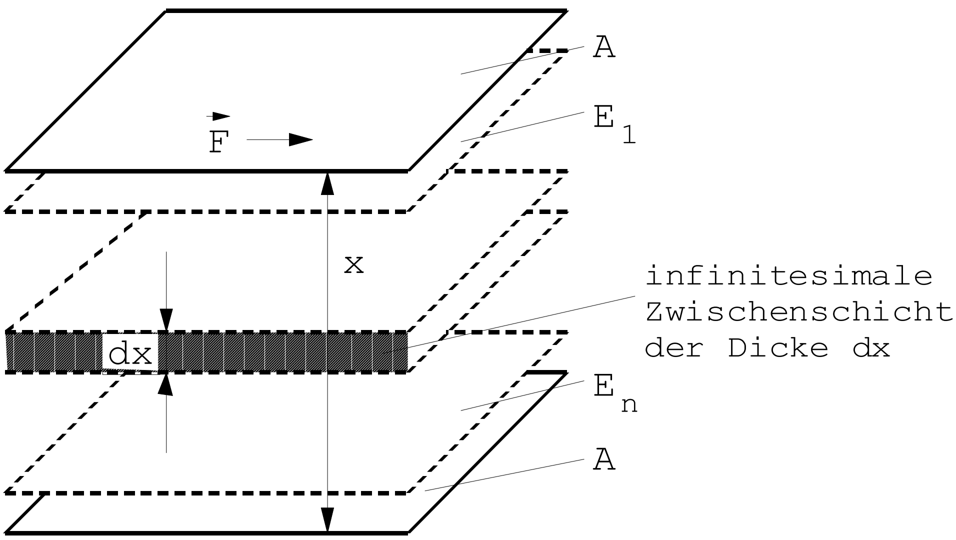

Abb. 1 : Skizze zur Erläuterung der NEWTON'schen Reibungsansatzes

In realen Flüssigkeiten treten dagegen nicht zu vernachlässigende zwischenmolekulare Wechselwirkungen auf. Diese verursachen die innere Reibung, die makroskopisch mit Hilfe der dynamischen Viskosität η charakterisiert werden kann. Dieser Sachverhalt wird durch den NEWTON'schen Reibungsansatz beschrieben, der an Hand des folgenden Modells erklärt werden soll (Abb. 1):
Eine Flüssigkeit befinde sich zwischen zwei gleich großen parallelen Platten (Fläche jeweils A), deren Abstand x sei. Wenn nun die untere Platte festgehalten und die obere durch die Tangentialkraft $\vec{F}$ mit einer Geschwindigkeit v bewegt wird, so haftet infolge der Adhäsionskräfte zwischen der Platte und der Flüssigkeit eine infinitesimal dünne Flüssigkeitsschicht an der Platte und wird mitbewegt. Durch die vorhandene innere Reibung werden die nachfolgenden Schichten ebenfalls bewegt. Da die untere Platte in Ruhe bleibt und an dieser ebenfalls eine dünne Flüssigkeitsschicht haftet, muss ein vertikaler Geschwindigkeitsabfall vorliegen. Bei genügend langsamer Bewegung der oberen Platte kann man sich die Flüssigkeit in viele infinitesimal dünne Schichten E_i der Dicke dx zerlegt denken, die aufeinander abgleiten, ohne sich zu vermischen. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Schichten können jedoch beliebig verschieden sein.
Eine solche Strömung wird als Schicht- oder Laminarströmung bezeichnet. Betrachtet man nun zwei aneinander vorbei gleitende Schichten der Dicke dx, so wirkt an deren Grenzfläche eine der Bewegungsrichtung entgegen gerichtete Reibungskraft

$$\left|\vec{F}_R\right| = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx} \tag{2}$$

wobei $\frac{dv}{dx}$ die auf die Dicke dx bezogene Geschwindigkeitsänderung dv und der Proportionalitätsfaktor η die dynamische Viskosität darstellt. Eine gleich große Tangentialkraft $\vec{F}$ muss an der oberen Platte angreifen, um diese zu bewegen. Die dynamische Viskosität (auch kurz Viskosität oder Zähigkeit genannt) ist für die Flüssigkeit charakteristisch aber temperaturabhängig. Für die Maßeinheit der Viskosität ergibt sich aus Gl. (2) $[\eta] = \mathrm{Pa\ s}$.
Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität lässt sich durch einen Ansatz der Form

$$\eta\ (T) = A\ exp\left\{\frac{B}{T}\right\} \tag{3}$$

beschreiben, wobei A und B Materialkonstanten sind und die Temperatur T stets in Kelvin einzusetzen ist.

2.2 Messung der Viskosität mit der Kugelfallmethode nach STOKES

Die dynamische Viskosität einer Flüssigkeit kann man z. B. ermitteln, indem man die Sinkgeschwindigkeit einer in dieser Flüssigkeit fallender Kugel (Radius r_K, Volumen V_K und Dichte ρ_K) bestimmt. Auf die Kugel wirken drei Kräfte:

die Gewichtskraft $$F_G = m_K g = \rho_K V_K g = \rho_K \frac{4\pi}{3} r_K^3 g, \tag{4a}$$

die Auftriebskraft $$F_A = -m_{Fl} g = -\rho_{Fl} V_K g = -\rho_{Fl} \frac{4\pi}{3} r_K^3 g \tag{4b}$$

und die Reibungskraft F_R .

Für die Reibungskraft F_R lässt sich durch Verallgemeinerung des NEWTON'schen Reibungsansatzes für die laminare Strömung um eine Kugel das sogenannte STOKES'sche Reibungsgesetz (4c) herleiten:

$$F_R = -6\pi\eta v r_K \quad . \tag{4c}$$

Interessierte Studenten finden die Herleitung in Lehrbüchern der theoretischen Mechanik, z. B. Schmutzer (s. Literaturverzeichnis).

Das Gesetz von STOKES ist eine Näherung für kleine Fallgeschwindigkeiten und gilt mit ausreichender Genauigkeit, solange die REYNOLDS'sche Zahl Re

$$Re = \frac{\rho_{Fl} v r_K}{\eta} \tag{4d}$$

kleiner als 1 ist, und nur für unendlich ausgedehnte Flüssigkeiten.

Im Gleichgewicht verschwindet die resultierende Kraft, d. h. die Kugel sinkt mit konstanter Geschwindigkeit und aus den Gl. (4a) – (4c) folgt

$$6\pi\eta r_K v = \frac{4\pi}{3} r_K^3 g\ (\rho_K - \rho_{Fl}) \quad . \tag{5}$$

Setzt man die aus Fallstrecke und Fallzeit bestimmte Geschwindigkeit

$v = \frac{\ell}{t} = const.$ in Gl. (5) ein und stellt nach der Viskosität η um, erhält man:

$$\eta = \frac{2}{9} g r_K^2 (\rho_K - \rho_{Fl}) \frac{t}{\ell} \quad . \tag{6}$$

In der praktischen Ausführung lässt man eine Kugel mit dem Radius r_K in ein senkrecht stehendes, ca. 1m langes (h), die Versuchsflüssigkeit enthaltendes Rohr mit dem Radius R fallen (Abb.)

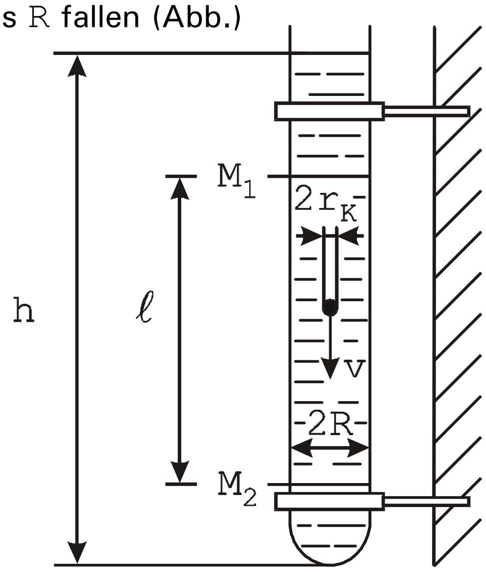

Abb. 2 : Kugelfallmethode nach STOKES

Nachdem die Kugel eine gewisse Strecke in der Flüssigkeit zurückgelegt hat, ist das Kräftegleichgewicht entsprechend Gl. (5) erreicht, und sie durchläuft die durch die Ringmarken $M_{1,2}$ gekennzeichnete Messstrecke ℓ mit konstanter Geschwindigkeit v. Die Fallzeit ist bei gleichen Messbedingungen ein Maß für die Viskosität.

Da die Kugel nicht in einem unendlich ausgedehnten Medium fällt, vergrößert sich infolge der Nähe der Gefäßwände die Reibungskraft. Im allgemeinen ist $h \gg r_K$, und deshalb ist eine Korrektur wegen der endlichen Höhe nicht erforderlich. Der Einfluss des Rohrradius kann durch einen experimentell bestimmten

Korrekturfaktor der Form $\left(1 + 2{,}4\,\frac{r_K}{R}\right)$ berücksichtigt werden. Mit Gl. (6) folgt somit für die Berechnung der Viskosität

$$\eta = \frac{2\left(\rho_K - \rho_{Fl}\right) g r_K^2}{g} \cdot \frac{t}{\ell} \cdot \frac{1}{\left(1 + 2{,}4\,\frac{r_K}{R}\right)} \quad . \tag{7}$$

2.3 HÖPPLER - Viskosimeter

Für Routinemessungen der Viskosität wird das HÖPPLER-Viskosimeter (Abb. 3) verwendet. Darin fällt eine Kugel in einem Rohr, dessen Innendurchmesser nur wenig größer als der Kugeldurchmesser ist. Wäre dieses Rohr senkrecht aufgestellt, so würde die Kugel in der Regel in unkontrollierter Weise die Rohrwand berühren. Ihre Bewegung wird reproduzierbar, wenn man wie beim HÖPPLER-Viskosimeter das Rohr um einige Grad neigt. Das führt dazu, dass die Kugel an der Rohrwand gleiten kann. Die Viskosität wird hier nach der empirischen Formel

$$\eta = K\left(\rho_K - \rho_{Fl}\right) t \tag{8}$$

berechnet, wobei K eine Konstante des Viskosimeters ist und t die Fallzeit der Kugel zwischen zwei gegebenen Marken am Viskosimeter. In der Kugelkonstanten K sind also die übrigen in Gl. (7) auftretenden Größen und die erforderlichen Korrekturfaktoren zusammengefasst.

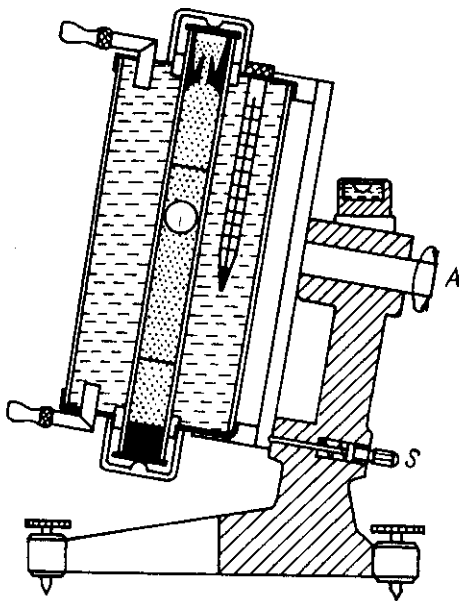

Abb. 3 : HÖPPLER - Viskosimeter

3. Versuchsdurchführung

3.1 Kugelfallmethode nach STOKES

Messen Sie die Fallzeiten von Kugeln verschiedener Radien in Glyzerin. Bestimmen Sie die benötigten Abmessungen. Ermitteln Sie die aktuelle Zimmertemperatur und die zugehörige Dichte der Versuchsflüssigkeit.

3.2 HÖPPLER - Viskosimeter

Justieren Sie das Gerät. Mit Hilfe eines Thermostaten kann die jeweilige Messtemperatur eingestellt werden. Durch Drehen des Fallrohres wird die Kugel in die Startposition gebracht. Nach erneutem Umlegen des Fallrohres wird dann zwischen den äußeren Marken die Fallzeit gemessen. Für jede Temperatur ist die Fallzeit mindestens 10 mal zu messen.

Die für das benutzte HÖPPLER - Viskosimeter charakteristischen Parameter (Kugelkonstante, temperaturabhängige Dichten) liegen am Messplatz aus.

Die Anzahl der Temperaturschritte und Messungen bei jeder Temperatur werden vom betreuenden Assistenten vorgegeben. Zur Ermittlung der Materialkonstanten A und B aus Gl. (3) ist es zweckmäßig $\ell n\ \eta$ über $1/T$ darzustellen.

4. Kontrollfragen

4.1 Was ist eine laminare und was ist eine turbulente Strömung?

4.2 Was versteht man unter der REYNOLDS'schen Zahl und welche praktische Bedeutung hat sie?

4.3 Begründen Sie, warum eine laminare Strömung in einem Rohr ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil hat.

4.4 Begründen Sie, dass sich die Kugel nach ausreichend langer Zeit mit einer konstanten Geschwindigkeit in der Flüssigkeit bewegt.

4.5 Wie ändert sich die Viskosität einer Flüssigkeit mit steigender Temperatur? Welche anschauliche Bedeutung haben die Konstanten A und B in Gl. (3) und was ist bei der grafischen Darstellung bezüglich der Maßeinheiten zu beachten?