

1. Aufgabenstellung

Bestimmen Sie Spaltbreiten und Spaltabstände unterschiedlicher Spaltanordnungen anhand ihrer Beugungsbilder.

2. Theoretische Grundlagen

Stichworte zur Vorbereitung:

Örtliche und zeitliche Kohärenz des Lichtes, Interferenz, Elementarwelle, Intensitätsverteilung am Einfach- und Mehrfachspalt, HUYGENS-FRESNEL'sches Prinzip, FRAUNHOFER- und FRESNEL'sche Beugung.

Literatur:

- W. Ilberg, M. Krötzsch      Physikalisches Praktikum, Optik und Atomphysik,  
Kap. 0.2., Interferenz, Kohärenz und Beugung,  
Teubner Verlag 1992
- J. Becker, H.-J. Jodl      Physikalisches Praktikum für Naturwissen-  
schaftler und Ingenieure, Kap. IV, Optik,  
VDI Verlag Düsseldorf 1991
- A. Recknagel              Physik, Band "Optik", Kap. 6, Beugung und  
"Schwingungen und Wellen, Wärmelehre",  
Kap.1, Mechanische Schwingungen,  
Kap. 2, Mechanische Wellen,  
Verlag Technik Berlin
- W. Walcher                Praktikum der Physik, Kap. 4.7. Beugung,  
B. G. Teubner Verlag Stuttgart 1989

Beugung, oder auch Diffraktion genannt, ist die bei jeder Welle auftretende Abweichung von der Geradlinigkeit der Ausbreitung in einem homogenen Medium, falls es sich um begrenzte Strahlenbündel handelt. Jedes Hindernis im Wege einer Wellenausbreitung ist Anlass zu einer Beugung. Die Abweichung vom geometrischen Strahlenverlauf ist um so größer, je mehr die Dimensionen der Hindernisse oder der Öffnungen in einem Hindernis von der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda$  oder kleiner als diese sind.

Liegen Lichtquelle und Beobachtungspunkt sehr weit von der beugenden Öffnung entfernt und ist der Strahlengang nahezu parallel, spricht man von FRAUNHOFER'scher Beugung. Anderenfalls, bei kleineren Entfernungen und konvergenten bzw. divergenten Bündeln liegt FRESNEL'sche Beugung vor. Letztere ist im Rahmen der KIRCHHOFF'schen Beugungstheorie analytisch wesentlich schwerer zu behandeln. FRAUNHOFER'sche Beugung ist experimentell am einfachsten zu realisieren, wenn man einen Laser als Lichtquelle benutzt oder eine beliebige andere Lichtquelle in den Brennpunkt einer Sammellinse bringt und die Beugungsbilder in der Brennebene einer zweiten Sammellinse beobachtet.

In den folgenden Beispielen fallen ebene Wellen senkrecht zum beugenden Hindernis unter Einhaltung der Kohärenzbedingung ein. Nach dem HUYGENS-FRESNEL'schen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfläche bzw. der Spaltöffnungen Ausgangspunkt neuer kugelförmiger Elementarwellen, die sich zu neuen Wellenfronten überlagern. Aufgrund des Superpositionsprinzips sind jenseits der Spalte Interferenzerscheinungen beobachtbar.

## 2.1 Einzelspalt

Der Übersichtlichkeit wegen sollen nicht die Wellenfronten, sondern nur die Ausbreitungsrichtungen (Wellenstrahlen), die senkrecht auf den Wellenfronten stehen, betrachtet werden (Abb. 1).

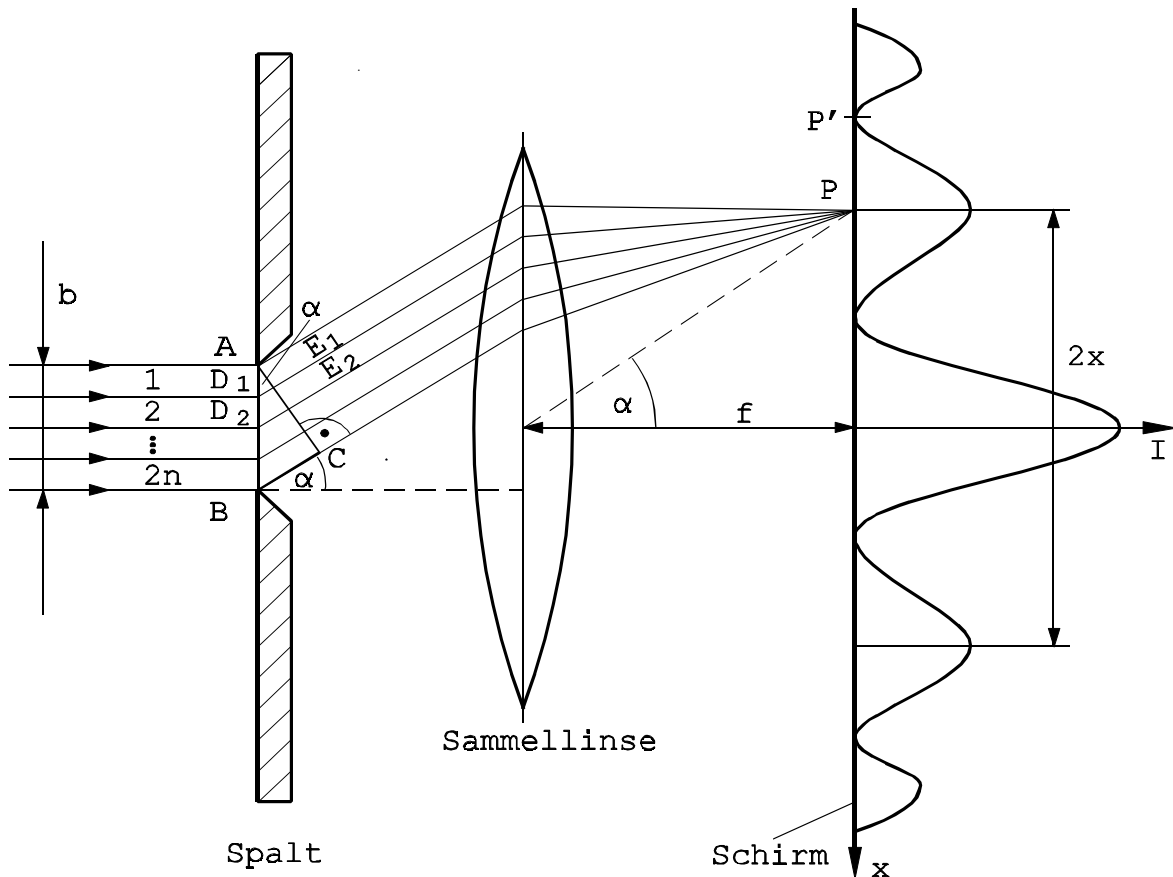


Abb. 1 : Beugung am Einzelspalt

Um die Lage der Intensitätsminima zu erklären, wird die Spaltbreite  $b$  in eine gerade Anzahl  $2n$  gleich breiter Streifen zerlegt. Gilt in der durch  $\alpha$  festgelegten Richtung  $\overline{D_1 E_1} = \frac{\lambda}{2}$ , dann hat jedes Teilbündel gegenüber seinem Nachbarn einen Gangunterschied von  $\lambda/2$ . Jeweils zwei benachbarte Bündel löschen sich auf diese Weise aus, in  $P'$  herrscht völlige Dunkelheit. Mit

$$\overline{BC} = 2n \overline{D_1 E_1} = 2n \frac{\lambda}{2} = \delta = b \sin \alpha \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (1a)$$

erhält man die Bedingung für das Beugungsminimum  $n$ -ter Ordnung.

Zerlegt man die Spaltbreite  $b$  in eine ungerade Anzahl  $(2n+1)$  gleich breiter Streifen, dann bleibt ein Teilbündel übrig, welches nicht durch ein benachbartes ausgelöscht wird. Im Punkt  $P$  herrscht somit Helligkeit.

Jetzt gilt:

$$(2n+1) \frac{\lambda}{2} = \delta = b \sin \alpha \approx b \tan \alpha \approx b \frac{x}{f} \quad (1b)$$

Für kleine Winkel  $\alpha$  beschreibt Gl. (1b) in guter Näherung die Lage des Beugungsmaximums  $n$ -ter Ordnung. Bei bekanntem  $\lambda$  und  $f$  kann  $b$  durch Ausmessen der  $x$ -Werte der verschiedenen Maxima relativ einfach bestimmt werden.

Das Maximum nullter Ordnung, das durch den bzw. die ungebeugten Strahl(en) in zentraler Lage entsteht, heißt Hauptmaximum. Die tatsächliche Lage der Maxima höherer Ordnung ist bei geringfügig kleineren Winkeln als durch die Näherung (1b) angegeben wird, worauf hier aber nicht näher eingegangen werden soll.

Zur exakten Berechnung der Intensitätsverteilung  $I(x)$  auf dem Schirm zerlegt man  $b$  in Streifen der infinitesimalen Breite  $dx$ . Jeder Streifen sendet eine Elementarwelle aus, die zur Amplitude auf dem Schirm einen infinitesimalen Anteil beiträgt. Durch phasenrichtige Addition dieser Beiträge (siehe z. B. Recknagel) erhält man

$$I(x) = I_0 \frac{\sin^2(\phi/2)}{(\phi/2)^2} \quad (2)$$

mit 
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \alpha .$$

Führt man mit Gl. (2) eine Kurvendiskussion zur Bestimmung der Extrema durch, erhält man die Beziehungen (1a) und (1b).

## 2.2 Doppelspalt

Der Doppelspalt besteht aus zwei parallelen Spalten gleicher Breite  $b$  mit dem Mittenabstand  $g$  (Abb. 2). Jedes der beiden durch die Spalte tretenden Teilbündel erfährt dabei eine Beugung, wie sie in 2.1. für den Einzelspalt beschrieben ist.

Es ist jedoch noch die Interferenz der beiden Teilbündel zu berücksichtigen, die

von jedem der beiden Spalte unter dem gleichen Winkel ausgehen. Dabei kommt es zu zusätzlichen Auslöschungen, wenn ihr Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\lambda/2$  ist:

$$g \sin \alpha = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad . \quad (3a)$$

Bei kleinen Beugungswinkeln  $\alpha$  ( $\alpha < 10^\circ$ ) gilt in guter Näherung

$$\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha.$$

Das Hauptmaximum der Beugungsfigur (Abb.1) wird durch den Bereich

$$-\frac{\lambda}{b} \leq \alpha \leq \frac{\lambda}{b} \quad (3b)$$

begrenzt (Gl.(1a) (1b)). Dort liegt sowohl links als auch rechts das erste Minimum. In diesem Winkelbereich treten nach Gl. (3a) weitere Minima unter den Winkeln  $\alpha = \frac{2k+1}{2g} \lambda$  auf. Im Hauptmaximum des Einzelspalt es treten dunkle Linien

auf, deren Anzahl mit  $g$  wächst.

Der genaue Intensitätsverlauf  $I(x)$  für  $N$  Spalten ist gegeben durch Gl. (4).

$$I(x) = I_0 I_{sp} \frac{\sin^2(N\psi/2)}{\sin^2(\psi/2)} \quad (4)$$

Mit  $I_0 = \text{const}$ ,  $I_{sp}$  aus Gl. (2),  $N=2$  und

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} g \sin \alpha$$

ist Gl. (4) so interpretierbar, dass der bei punktförmigen Erregern zu erwartende Intensitätsverlauf durch eine Funktion moduliert wird, die die Beugung am Einzelspalt beschreibt (Einhüllende in Abb. 2).

Bei einem Gangunterschied von  $n\lambda$  zwischen je zwei benachbarten Teilstrahlen beobachtet man konstruktive Interferenz und damit Maxima für:

$$g \sin \alpha \approx g \tan \alpha = \frac{x}{f} = 2n \frac{\lambda}{2} \quad . \quad (5)$$

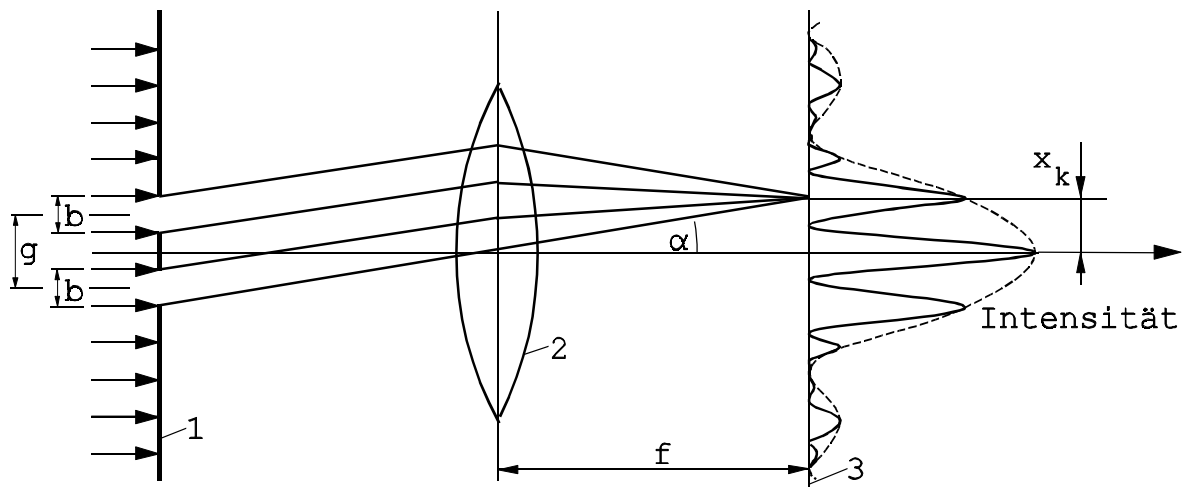


Abb. 2 : Beugung am Doppelspalt

1 : Doppelspalt    2 : Sammellinse    3 : Schirm (Fotodiode)

Diese Maxima sind umso schärfer ausgeprägt, je größer  $N$  ist. Für  $N \rightarrow \infty$  wird aus dem Mehrfachspalt ein Gitter. Für kleine Winkel  $\alpha$  geht der letzte Faktor in Gl. (4) gegen  $N^2$ . Die Intensität der Hauptmaxima wächst quadratisch mit der Anzahl der Gitterstriche (Abb. 3).

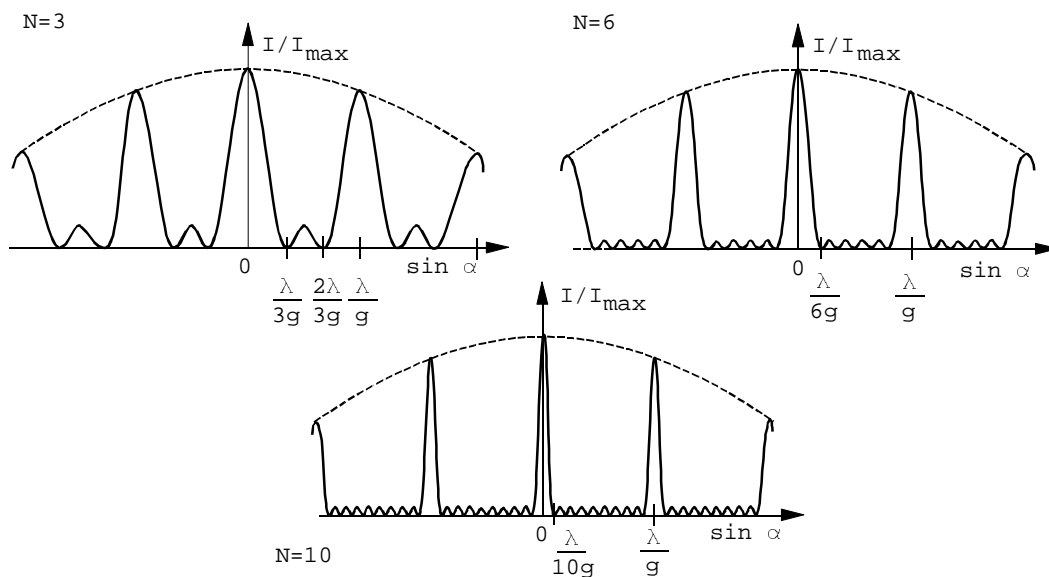


Abb. 3 : normierte Intensität, Beugungsbild von drei, sechs und zehn Spalten

Zwischen den Hauptmaxima, bei denen alle  $N$  Teilbündel konstruktiv interferieren, treten  $N-2$  durch teilweise konstruktive Interferenz verursachte Nebenmaxima auf. Die Intensität dieser Nebenmaxima nimmt mit wachsendem  $N$  immer mehr ab und ist bei Gittern mit hoher Spaltzahl praktisch nicht mehr zu beobachten.

### 3. Versuchsdurchführung

Wird  $L \geq 0,5\text{m}$  gewählt, kann davon ausgegangen werden, dass die FRAUNHOFER'sche Näherung hinreichend erfüllt ist. Für diesen Fall kann die in Abb. 1 bzw. Abb. 2 gezeichnete Sammellinse entfallen.

Die Intensitätsverteilung  $I(x)$  des jeweiligen Beugungsobjektes wird mit einer Fozelle, die von einem Schrittmotor in  $x$ -Richtung bewegt werden kann, aufgenommen. Der Spannungsabfall, den der Fotostrom an einem Messwiderstand verursacht, ist Proportional zur auftreffenden Lichtintensität.

Sowohl die Registrierung der Lichtintensität als auch die Steuerung des Schrittmotors erfolgt mit einem PC.

Als Lichtquelle steht ein Laser ( $\lambda = 632\text{ nm}$ ) zur Verfügung (Abb. 4). Beachten Sie bei dessen Inbetriebnahme die Sicherheitsvorschriften. Der Strahlengang des Lasers ist mit Hilfe eines auf einem Reiter befestigten Plättchens, aus dem ein lichtdurchlässiges Kreuz ausgestanzt wurde, entlang der optischen Achse zu justieren. Für eine homogene Ausleuchtung des beugenden Objektes kann mit einem Linsensystem eine Strahlaufweitung erzielt werden. Die erste Linse mit sehr kleiner Brennweite befindet sich unmittelbar vor der Austrittsöffnung des Lasers. Die zweite Linse mit deutlich größerer Brennweite ist so einzustellen, dass die Brennpunkte der beiden Linsen etwa zusammenfallen. Durch Hin- und Herschieben eines Schirmes entlang der optischen Bank lassen sich Helligkeit und Strahldurchmesser kontrollieren. Der Durchmesser sollte etwa gleich bleiben. Ein zusätzlicher Spalt bzw. Blende wird genutzt, um eine streifen- oder ringförmige Beleuchtung des zu untersuchenden Spaltes zu erreichen (Abb. 4).

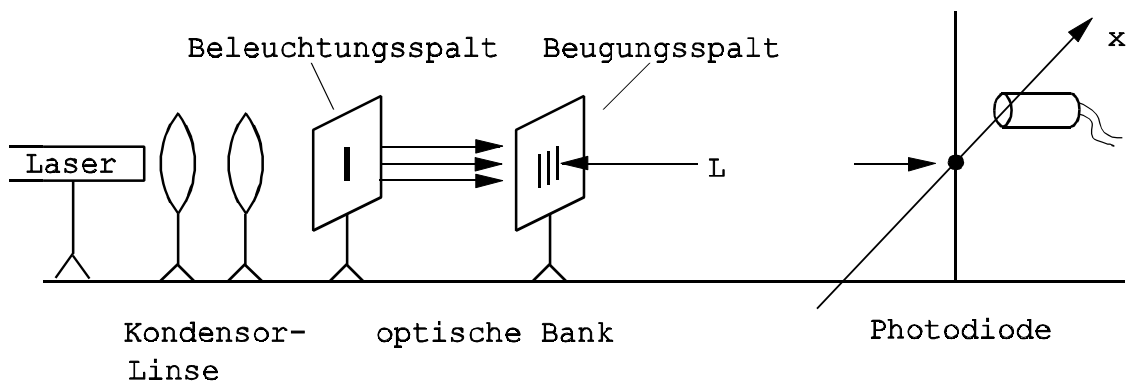


Abb. 4 : Versuchsaufbau

Starten Sie nun das Computerprogramm und lesen Sie das Vorwort. Passen Sie im Menüpunkt "Amplituden-Kontrolle" den Detektor an die jeweilige Lichtintensität an, indem Sie den Vorverstärker entsprechend einstellen. Fahren Sie dann mit dem Detektor die zu messende Strecke ab und positionieren Sie den Detektor so, dass das Hauptmaximum in der Mitte der Messkurve ist. Diese Abstimmungen sind für jede Spaltanordnung zu wiederholen.

Nehmen Sie die Intensitätsverteilung (Beugungsbilder) vorgegebener Spaltanordnungen (Auswahl erfolgt durch den Assistenten) auf, und bestimmen Sie alle für die Auswertung nötigen Versuchsdaten. Bestimmen Sie durch Vermessen der Beugungsbilder (PC-Ausdruck) für jede der verwendeten Spaltanordnungen die Spaltbreite und den Spaltabstand. Geben Sie die zugehörigen Fehler an.

Nutzen Sie die im Rechnerprogramm (Theorievergleich) bereitgestellte Möglichkeit, Ihre Messkurven zu simulieren.

#### 4. Kontrollfragen

4.1 Welche Modellvorstellung zum Wesen des Lichtes wurde durch die Beugungserscheinungen in besonderem Maße unterstützt? Welche andere Modellvorstellung existiert? Durch welches Experiment wurde sie gestützt?



Wie bezeichnet man die Verbindung beider Modelle? Geben Sie eine Gleichung an, die beide Modelle verbindet (de BROGLIE).

4.2 Worin besteht der Unterschied zwischen örtlicher und zeitlicher Kohärenz des Lichtes?

Geben Sie typische Kohärenzlängen für Sonnenlicht, Glühlampenlicht sowie Laserlicht an.

4.3 Warum wurde in diesem Versuch ein Laser als Lichtquelle gewählt?

4.4 Nach welchem physikalischen Prinzip arbeitet eine Photodiode? Nennen Sie ein weiteres Gerät, um Photonen zu detektieren.

4.5 Schätzen Sie durch eine Überschlagsrechnung anhand der Beugung am Einzelspalt ab, welche Dimension (cm,  $\mu\text{m}$ , nm) eine Struktur im Strahlengang besitzen muß, um Beugungserscheinungen zu erzeugen, die mit dem Auge problemlos sichtbar sind (also Beugungswinkel  $> 1^\circ$ ). Geben Sie Beispiele für solche Erscheinungen an.

4.6 Leiten Sie die Maxima- und Minimabedingungen für den Doppelspalt her (vernachlässigbare Spaltbreite  $b$ ).