W 3 Verhältnis der spezifischen Wärmen von Gasen

1. Aufgabenstellung

1.1 Bestimmen Sie das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$ für vorgegebene Gase nach der Methode von ASSMANN und MÜLLER.

1.2 Geben Sie für die eingesetzten Gase die Freiheitsgrade und die daraus resultierenden theoretischen Werte für $\varkappa$ an. Vergleichen Sie diese mit den experimentell bestimmten.

1.3 Führen Sie eine Größtfehlerabschätzung zu Ihren Messungen durch.

2. Theoretische Grundlagen

Stichworte zur Vorbereitung:
Zustandsgrößen, Freiheitsgrad, Zustandsänderungen, Zustandsgleichung, ideales Gas, reales Gas, Schweredruck, Schwingungsgleichung, logarithmisches Dekrement, erzwungene Schwingungen, Resonanz

Literatur:

W. Ilberg, M. Krötzsch	Physikalisches Praktikum, Kap. W 2, Teubner Verlag 1992
W. Walcher	Praktikum der Physik, Kap. 2.7.4., 3.3., Teubner Verlag 1989
A. Recknagel	Physik Bd. Schwingungen und Wellen, Wärmelehre, Kap. 4.1., 4.2., 4.4., 5.5. - 5.8., Verlag Technik, 7. Auflage,
E. Grimsehl	Lehrbuch der Physik, Bd. 1, Kap. 9.1., 9.3., 11.4., 12.1., Teubner Verlag 1991

Der Zustand eines thermodynamischen Systems wird eindeutig durch eine Anzahl so genannter Zustandsgrößen (Volumen V, Druck p, Temperatur T, innere Energie U, Entropie, Enthalpie etc.) beschrieben, unabhängig davon, auf welchem Weg dieser Zustand erreicht worden ist. Jede funktionale Beziehung zwischen den Zustandsgrößen bezeichnet man als Zustandsgleichung des betrachteten Systems. Für eine abgeschlossene Stoffmenge n eines idealen Gases lautet z. B. die Zustandsgleichung

$$p\,V = n\,R\,T \quad . \tag{1}$$

wobei R die universelle Gaskonstante ist. Um quasistatische Vorgänge anschaulich wiederzugeben, benutzt man häufig das p-V-Diagramm. Jeder Punkt dieses Diagramms stellt den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen einer im Gleichgewicht befindlichen konstanten Gasmenge dar, wobei die zugehörige Temperatur aus der entsprechenden Zustandsgleichung ermittelt werden kann.

$$\chi = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f} \quad . \tag{2}$$

Eine Reihe von Zustandsänderungen, die durch besondere Bedingungen gekennzeichnet sind, führen eigene Namen (isochore, isobare, isotherme, adiabatische und polytrope Vorgänge).

In einem p-V Diagramm verlaufen die Adiabatenkurven $p(V) \sim 1/V^{\chi}$ steiler als die zugehörigen Isothermen $p(V) \sim 1/V$, da für $\chi = c_p/c_v > 1$ gilt. Aus der mikroskopischen Deutung der spezifischen Wärmen idealer Gase folgt außerdem, dass der Adiabatenexponent durch die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases bestimmt ist. Für ein einatomiges ideales Gas ist $f=3$ und $\chi=5/3$, für ein zweiatomiges molekulares Gas ist $f=5$ und $\chi=7/5$. (Begründen Sie diese Angaben).

Unter adiabatischen Vorgängen versteht man solche Prozesse, bei denen keinerlei Wärmeaustausch ($dQ=0$) mit der Umgebung stattfindet. Es gibt prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Verwirklichung adiabatischer Prozesse:

a) Man isoliert das Gefäß so gut, dass keine Wärme ab- oder zugeführt wird.

b) Die Vorgänge laufen so schnell ab, dass praktisch keine Zeit zum Wärmeaustausch vorhanden ist.

Adiabatische Vorgänge haben in Natur und Praxis große Bedeutung. Beispiele sind das Aufpumpen eines Fahrradreifens und das rhythmische Komprimieren und Expandieren des Kraftstoffgemisches in einem Verbrennungsmotor. Auch die dauernde Expansion und Kompression der Luft bei der Ausbreitung von Schallwellen kann als adiabatisch betrachtet werden, denn bei einer Frequenz von 1000 Hz dauert eine Kompressions- bzw. Expansionsphase nur $5 \cdot 10^{-4}$ s. In dieser Zeit kann es nicht zu einem merklichen Wärmeausgleich mit der Umgebung kommen.

Ausgangspunkt für die Bestimmung von $\varkappa$ nach der Methode von ASSMANN und MÜLLER bildet zunächst die Schwingung einer Quecksilbersäule (Länge ℓ, Masse m, Dichte ϱ, Querschnitt A) in einem offenen U-Rohr. Mit $m = \varrho A \ell$ ergibt sich deren Schwingungsdauer T_1 bei vernachlässigter Dämpfung aus der Schwingungsgleichung

$$m\,\ddot{x} = F_1 = -2\,\varrho\,g\,A\,x \tag{3}$$

zu

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2g}}\ , \tag{4}$$

wobei F_1 die rücktreibende Kraft, g die Erdbeschleunigung und x die Auslenkung des Hg-Meniskus aus der Normallage ist.

Schließt man nun die Enden des U-Rohres, so ändert sich die Schwingungsdauer infolge der wechselseitigen Kompression bzw. Expansion der abgesperrten Gasmenge. Da die Druckänderungen sehr schnell erfolgen kann man diese Vorgänge als adiabatisch betrachten, d. h. es gilt die POISSON-Gleichung (5)

$$p\,V^{\varkappa} = const \quad mit \quad \varkappa = \frac{c_p}{c_v}\ . \tag{5}$$

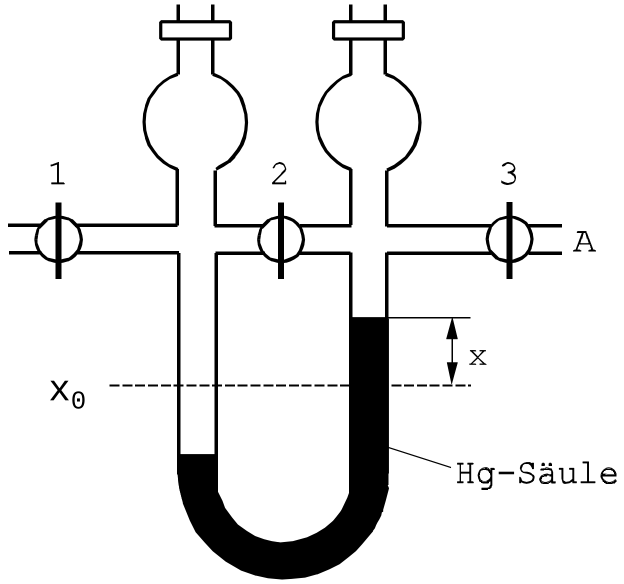

Abb. 1: Versuchsaufbau zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach ASSMANN und MÜLLER (schematisch)

Haben auf beiden Seiten der Hg-Säule durch Rohrerweiterungen die vergrößerten Volumina den Wert V_0 (d.h. an der Gleichgewichtslage x_0) so wirkt eine Zusatzkraft der Größe ΔF

$$\Delta F = 2A\,\Delta p \approx 2A\left(\frac{dp}{dV}\right)_{x=0}\cdot\Delta V$$

$$= -2A\varkappa\,p_0\frac{\Delta V}{V_0} = -2\varkappa\varrho g h x\frac{A^2}{V_0}\,, \qquad (6)$$

wobei $p_0=p_L$ der Fülldruck ist, der hier gleich dem mit einem Hg-Barometer ge messenen Luftdruck ist $p_L=\varrho gh$ ist. Der Kraftansatz

$$m\,\ddot{x} = F_2 = F_1 + \Delta F = -2\varrho A g x\left(1+\frac{\varkappa hA}{V_0}\right) \qquad (7)$$

führt dann zur Schwingungszeit T_2 bei geschlossenen Rohren

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2g} \frac{V_0}{V_0 + \chi h A}} \quad . \tag{8}$$

Ersetzt man in Gl. (8) die experimentell schwer zugängliche Länge der Quecksilbersäule ℓ mit Hilfe von Gl. (4), so folgt für den Adiabatenexponenten

$$\chi = \frac{V_0}{A\ h} \left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \right) \quad . \tag{9}$$

Da die Anzahl der beobachtbaren freien Schwingungen der Quecksilbersäule auf Grund der Dämpfung zu gering ist (großer Messfehler), regt man erzwungene Schwingungen an und bestimmt die Schwingungsdauer im Resonanzfall. Dieser ist durch das Maximum der Amplitude zu erkennen. Die Schwingungsdauer T_R im Resonanzfall unterscheidet sich jedoch von der Schwingungsdauer T_0 der freien ungedämpften Schwingung. Für schwache Dämpfungen gilt näherungsweise für die Schwingungsdauer

$$T_R \approx T_0 \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{2\pi^2}} \quad , \tag{10}$$

wobei Λ das logarithmische Dekrement ist.

3. Versuchsdurchführung

Mit Hilfe eines Schrittmotors mit einstellbarer Drehzahl wird das Quecksilber im U-Rohr zu erzwungenen Schwingungen angeregt.

Nach dem Einschalten der Spannungsversorgung (Ein/Aus-Schalter) wird der Schrittmotor mit dem „Start-Taster“ gestartet und die Drehzahl so mit dem schwarzen Drehknopf eingestellt, dass das System mit der Resonanzfrequenz schwingt, d.h. die Amplitude muß im Bereich der beiden schwarzen Markierungen liegen und maximal sein. Nach Erreichen des stationären Zustands wird die zugehörige Schwingungsfrequenz an der Ziffernanzeige in Hz abgelesen.

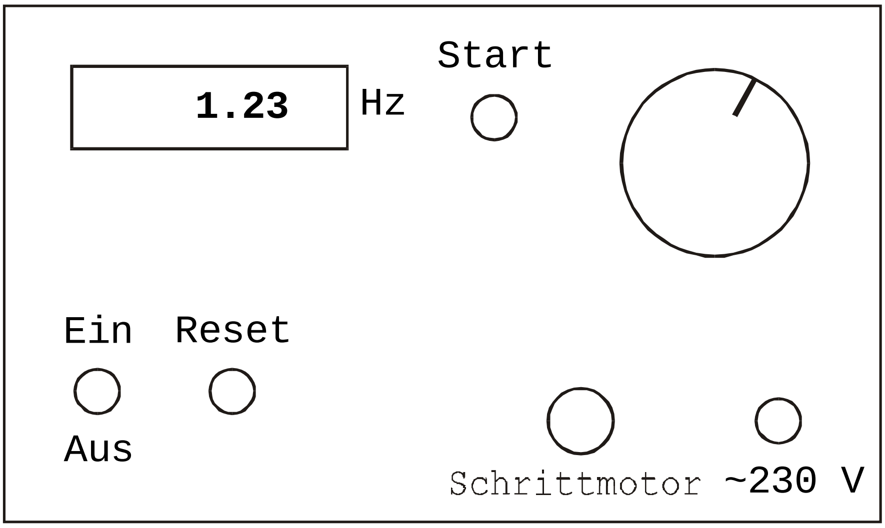

Abb. 2: Frontansicht der Steuereinheit

Führen Sie diese Frequenzbestimmungen zunächst 10 mal bei offenen U-Rohr durch und ermitteln Sie T_1.
Zur Bestimmung der Schwingungsdauer T_2 (geschlossenes U-Rohr) ist das U-Rohr mit den Schliffstopfen zu verschließen. (Vorsichtig aufsetzen! Schliffstopfen mit schwarzer Marke in die Öffnung einführen, die ebenfalls durch eine schwarze Marke gekennzeichnet ist!) Die Hähne 1 bis 3 (Abb.1) sind weiterhin zu schließen.
Der Einlass spezieller Gase (Argon, CO_2) wird über das Glasrohr A realisiert, dabei werden die Hähne 2 und 3 geöffnet und die Schliffstopfen entfernt.
Das Einregeln des erforderlichen Gasdruckes am Reduzierventil der Druckflasche erfolgt nur durch den betreuenden Assistenten!
Das Gas läßt man 3 bis 5 Minuten durch die Anordnung strömen, zieht den Schlauch vom Rohr A zurück, verschließt im gleichen Augenblick das U-Rohr mit den Schliffstopfen und dreht die Hähne 2 und 3 zu.
Die Bestimmung der jeweiligen Schwingungsdauer T_2 erfolgt ebenfalls über die Einstellung der Resonanzfrequenz. Vor jeder Messung ist die Resonanzbedingung stets neu einzustellen. Für alle Messungen bei geschlossenen U-Rohr sind ebenfalls mindestens 10 Einzelmessungen durchzuführen. Der systematische Fehler der Frequenzmessung ist in diesem Versuch zu vernachlässigen.
Für die Größtfehlerberechnung von $\varkappa$ sollen die Mittelwerte und die zugehörigen Vertrauensbereich der Resonanzfrequenzen genutzt werden.
Die in Gl. (9) benutzte Höhe h der Barometersäule hängt mit dem Luftdruck p_L über die Beziehung

$$p_L = \varrho_{Hg}\, g\, h \qquad \varrho_{Hg} = 13550\ kg/m^3$$

zusammen. Lesen Sie den Luftdruck ab (U-Rohrmanometer), und bestimmen Sie h aus dieser Gleichung. Das Volumen des Gases beträgt $V=(223 \pm 2)cm^3$ und der Querschnitt der Quecksilbersäule $A=(1,32 \pm 0,001)cm^2$.
Nach Versuchsende sind die Schliffstopfen locker aufzusetzen.

4. Kontrollfragen

4.1 Erläutern Sie den Begriff der quasistatischen Prozessführung.

4.2 Leiten Sie für die adiabatische Zustandsänderung eine Zusammenhang zwischen dem Druck p und der Temperatur T her.

4.3 Überlegen Sie sich Beispiele für die im Text behandelten Arten der Zustandsänderungen denen eine praktische Bedeutung zukommt.

4.4 Wie viele Freiheitsgrade hat sich ein dreiatomiges ideales Gas und wie groß ist dessen Adiabatenexport?

4.5 Warum ist eine Korrektur der Schwingungsdauer entsprechend Gl.(10) in diesem Versuch nicht notwendig?